CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ “SPIRU HARET”
EDIȚIA a XXV-a, 16 MAI 2026
Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică
Clasa a IX-a

Problema 1

a) (3p) Să se arate că $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{4}{x+y}+\frac{(x-y)^2}{xy(x+y)}$, oricare ar fi $x, y>0$.

b) (4p) Să se arate că $\frac{b-a}{a^2+ab}+\frac{c-b}{b^2+bc}+\frac{a-c}{c^2+ac}\geq 0$, oricare ar fi $a,b,c>0$.

Problema 2

(7p) În triunghiul ABC avem $\frac{a^2\sin A+b^2\sin B+c^2\sin C}{a\sin A+b\sin B+c\sin C}=\frac{a\sin A+b\sin B+c\sin C}{\sin A+\sin B+\sin C}$.
Demonstrați că triunghiul ABC este echilateral.

Problema 3

Fie $k\in\mathbb{N}^*$ un număr impar și funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ care satisface inegalitatea
$f(x)\cdot f(y)+f(xy)\leq x^k+y^k, \forall x,y\in\mathbb{R}$.
a) (3p) Demonstrați că $f(1)=-2$ și $f(-1)=0$.
b) (4p) Determinați funcția f.

Problema 4.

(7p) Fie triunghiul ABC, punctele D,E,F situate pe laturile $[BC]$, $[AC]$, $[AB]$ astfel încât dreptele AD, BE și CF sunt concurente în punctul P. Notăm $FE\cap AD=\{Q\}$ și $AQ=a$, $QP=b$. Arătați că $\overrightarrow{QP}=\frac{a-b}{a+b}\overrightarrow{PD}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă este punctată de la 0 la 7 puncte.
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.