

# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SPIRU HARET”

EDIȚIA a XXV-a, 16 MAI 2026

Filiera tehnologică: profilurile tehnic, servicii, resurse naturale și protecția mediului

## CLASA a XI-a

- Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
  - (2p) Aflați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A^2 = xA + yI_2$ .
  - (3p) Dacă matricea  $X \in M_2(\mathbb{R})$  este soluția ecuației  $AX = B$ , atunci suma elementelor matricei  $X$  este un număr natural par.
  - (2p) Demonstrați că  $\det((A - B)^{2026} + 2026I_2)$  este un pătrat perfect.
- Se consideră sistemul liniar 
$$\begin{cases} (2m-1)x - my + 3z = 1 \\ (m-2)x + y + (m-2)z = 2 \\ 3x + (m-1)y + (2m-1)z = 3 \end{cases}, m \in \mathbb{R}.$$
  - (2p) Să se rezolve sistemul pentru  $m = 1$ .
  - (2p) Să se determine numărul real  $m$  știind că sistemul este compatibil determinat;
  - (3p) În condiția b), notăm cu  $(x_m, y_m, z_m)$  soluția sistemului. Aflați numărul real  $m$  știind că  $x_m + y_m + z_m > 3$ .
- Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ .
  - (2p) Arătați că  $f'(x)\sqrt{x^2+1} = \frac{2-3x}{x^2+1}$ , pentru orice număr real  $x$ .
  - (2p) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției  $f$  în care tangenta la graficul funcției  $f$  este perpendiculară pe axa  $OY$ .
  - (3p) Determinați imaginea funcției  $f$ .
- Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + 2 - \frac{4 \ln x}{x}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
  - (2p) Determinați numărul real  $a$  știind că asimptota spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$  are ecuația  $y = -x + 2$ .
  - (5p) Pentru  $a = -1$ , asimptota spre  $+\infty$  la graficul funcției îl intersectează pe acesta în punctul  $A$  și intersectează asimptota verticală a funcției în punctul  $B$ . Să se determine aria triunghiului  $AOB$ , unde  $O(0,0)$ .

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7.**

**Timpul efectiv de lucru este 3 ore.**