

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
”SPIRU HARET”**

EDIȚIA A XXV-A, 16 MAI 2026

**Filiera tehnologică: profilurile tehnic, servicii, resurse naturale și
protecția mediului**

CLASA a X-a

1. Se dau numerele: $a = \log_3(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2})$ și $b = \log_3(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4})$.

- a) (2p) Calculați $a + b$;
- b) (3p) Arătați că $a > 0$ și $b > 0$;
- c) (2p) Demonstrați că $a \cdot b \leq 1$.

2. Rezolvați ecuațiile:

- a) (2p) $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{n-1} n = 8$, $(\forall) n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.
- b) (3p) $4^x - 3 \cdot 2^{x+\sqrt{x}} - 4 \cdot 2^{2\sqrt{x}} = 0$, $x \geq 0$.
- c) (2p) $z + |z| = 1 + \sqrt{2} + i$.

3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow E$, $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

- a) (2p) Determinați $E = \text{Im } f$.
- b) (2p) Arătați că funcția este injectivă.
- c) (3p) Pentru $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow E$ determinați f^{-1} și rezolvați ecuația $f(x) + x \cdot f^{-1}(x) = 0$.

4. a) (2p) Verificați că $C_{n+1}^{k+1} = \frac{n+1}{k+1} \cdot C_n^k$, $(\forall) n \in \mathbb{N}$.

b) (2p) Demonstrați că: $\frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \dots + \frac{C_n^n}{n+1} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$, $(\forall) n \in \mathbb{N}$.

c) (3p) Să se determine $n \in \mathbb{N}$ știind că dezvoltarea $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^n$ are exact 10 termeni raționali.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7.

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.